

文部科学省と国立大学附置研究所・センター 個別定例ランチミーティング

第49回 京都大学 数理解析研究所 (2023.7.7)

12:05 - 12:10(5分) : 研究所の概要
所 長 小野 薫

12:10 - 12:25(15分) : 生き物の動き・形・流れの数理
准教授 石本 健太

遠アーベル幾何学
准教授 星 裕一郎

12:25 - 12:45(20分) : 質疑応答



京都大学数理解析研究所

Research Institute for Mathematical Sciences, Kyoto University



紹介資料

● 京都大学 数理解析研究所

- ◆ 「数学と他の学術分野への数学の応用」
- ◆ 1963年開設 定員内所員数 **38名** (2023.4.1現在)

2018.11.13 「**数学・数理科学の国際共同研究拠点**」に認定、世界に開かれた研究所として拠点事業の国際化を推進。

年間**約90件**の拠点事業を実施

2019年度集計分

- ◆ 参加者数 年間**約4,000名**
うち外国人研究者 年間**約540名**
- ◆ 参加者所属機関数 **約560**
(内訳) 大学・公的機関 約260
民間機関 約30
外国機関 約270
- ◆ 拠点事業による論文数 **約1,000本/年**

※コロナによる影響のため、拠点事業のデータは全て2019年度としている。

「数理解析研究所は数学における基盤的研究機関として世界に知られる研究所」であり「国際的に高く認知されている」(The External Review Committee of RIMS, 2018)

数理解析研究所は日本の数学界の宝である。世界各地の一流数学者に広く知られ、高く評価されている。(The External Review Committee of RIMS, 2021)

「数理解析研究所，日本と世界のための研究所」
(アメリカ数学会会誌，2004)

数理解析研究所の3つの柱(三位一体の活動)

国際的トップリーダーの育成

共同学位プログラム・国際共著論文の推進

大学院教育

大学院教育

- 拠点事業に伴う海外からの一流の研究者と交流し、世界の最先端に触れることができる環境
- 国内外の著名な研究者と共同研究を行える環境

拠点事業実績

- 年間約90件の拠点事業
- 参加者数 **年間約4000名**
うち外国人研究者 **年間約540名**
- 参加者所属機関数 **年間約560**
(内訳) 大学・公的機関 260
民間機関 30
外国機関 270

研究

- 静謐な環境と世界の著名な研究者と活発な議論が行える環境
- 若手研究者を早期に雇用し、安定した研究環境を与えることで研究に専念できる

研究

国際共同利用・共同研究拠点事業

最先端数学の研究力強化

国際的訪問滞在型共同研究の推進

三位一体の活動を継続して行っていくことで、研究所を発展させてきました。
今後も、この活動を益々充実・発展させてまいります。

数理解析研究所の取組み・構想・今後について

大学共同利用機関法人

(統計数理研究所 (ISM))

日本数学会

数学アドバンストイノベーション
プラットフォーム

国内外の大学・研
究機関と協力

海外との協定: ボン大学、
ソウル大学、ユタ大学、
エジンバラ大学など多数

数理解析研究所

RIMS

国際共同利用・共同研究拠点として
訪問滞在型共同研究の推進

共同利用・共同研究拠点

(九州大学マスフォアインダストリ研究所 (IMI)、
明治大学先端科学インスティテュート
(MIMS)、
大阪公立大学数学研究所 (OCAMI))

連携拠点

(東北大学原子分子材料科学高等研究機構)

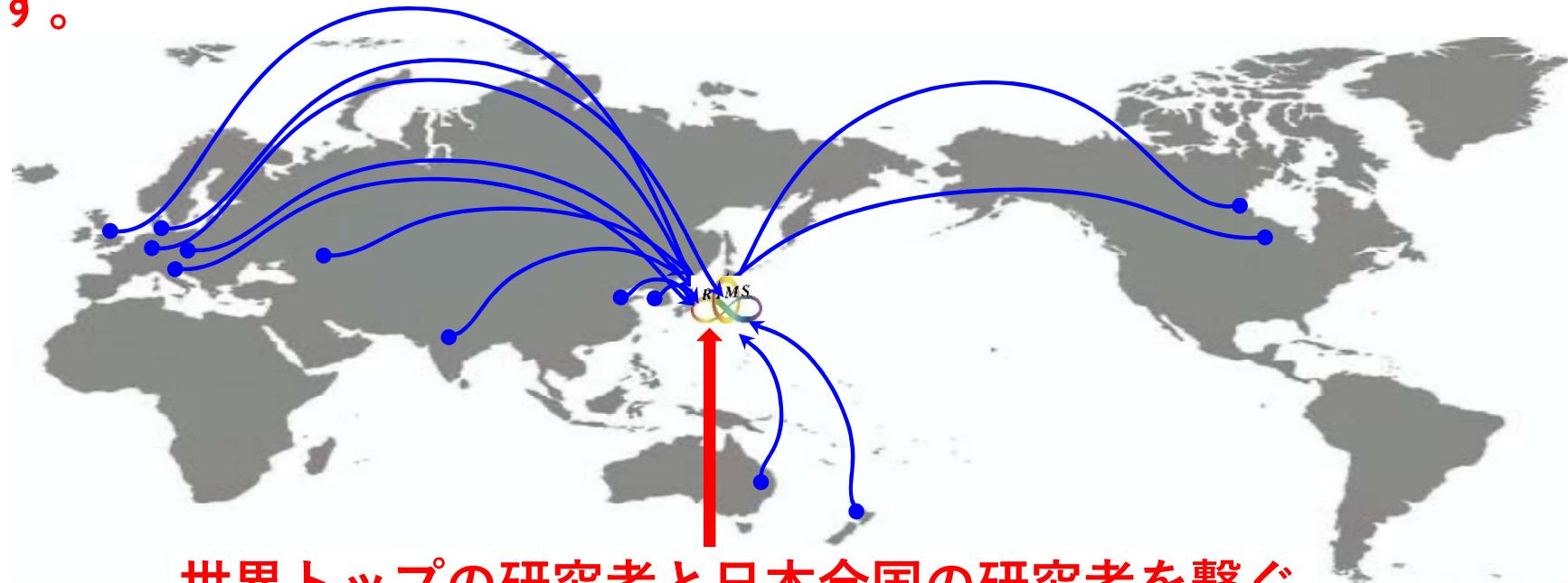
理化学研究所「数理連携プロジェクト」

拠点間連携

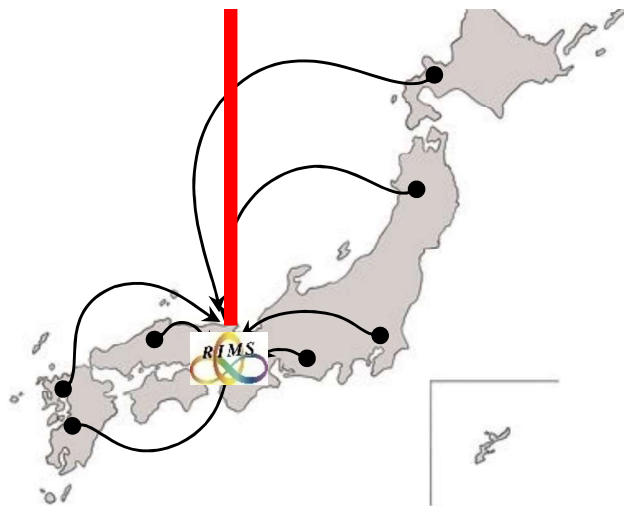
【学内連携】

学内では研究連携基盤が始動。
研究所・センターが横断した異分
野融合による新分野創生など、
未踏科学ユニットへの研究活動
に参加。

国際共同利用・共同研究拠点として、最先端研究の推進および拠点の国際的ハブとなり、国内のみならず、世界各国の研究者に対して国際共同研究を実施する機会と手段を提供し、未来に向けて発展させていきます。



世界トップの研究者と日本全国の研究者を繋ぐ



MFO (ドイツ), MATRIX (オーストリア) との tandem workshop

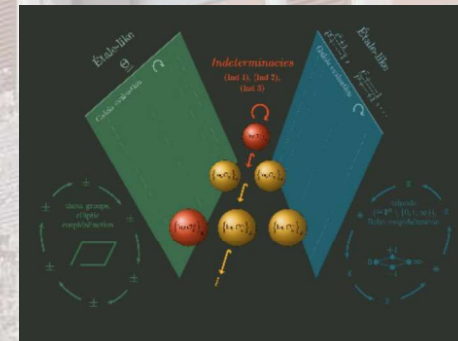
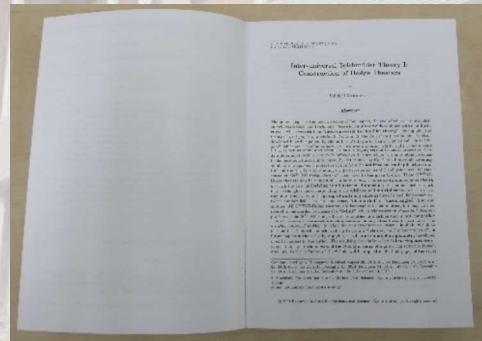
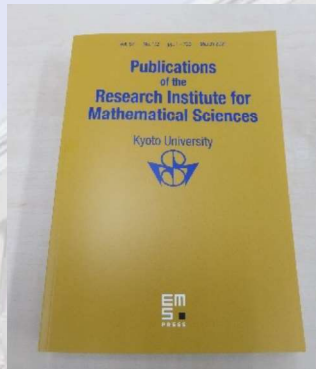
Arithmetic & Homotopic Galois Theory

<https://ahgt.math.cnrs.fr/>

The *LPP-RIMS Arithmetic & Homotopic Galois Theory IRN (AHGT)* is a [CNRS](#) France-Japan [International Research Network](#) between Lille University ([Laboratoire de Mathématiques Paul Painlevé](#)), École Normale Supérieure - PSL ([Département de Mathématiques et Applications](#)), and the [Research Institute for Mathematical Sciences](#), Kyoto University.

・望月新一 教授

研究テーマ: 数論幾何、特に望月新一氏創始の「宇宙際タイヒミュラー理論」並びに同理論の応用として、これまで未解決であった「abc予想」等への新たなアプローチを2012年に発表し、7年半に及ぶ論文の検証を経て、2021年にPRIMS特別号に掲載された。



2012年に発表した宇宙際タイヒミュラー理論(4部作、723頁は、2021年にPRIMS(特別号)に掲載された)

宇宙際タイヒミュラー理論のイメージ図
数理解析研究所2021年度訪問滞在型研究HPより

・望月 拓郎 教授

研究テーマ: 微分方程式に関わる難問「柏原予想」を、代数・解析・幾何という数学の3分野が重なり合う理論を駆使して証明するとともに、それまで調べられなかった「不確定特異点」をもつ微分方程式の性質を調べられるようにした。この成果は、21世紀の数学の基盤になると期待されている。



ICM2014(ソウル)において、基調講演を行う



2021年1月1日(金)朝日新聞掲載記事より
これまでの研究成果が認められ、2020年朝日賞を受賞した



朝日賞を受賞した研究成果は、ASTERISQUE
に掲載された

数論

数論幾何学, 遠アーベル幾何 等

代数幾何学

極小モデル理論, モジュライ問題 等

代数解析学

超局所解析学, 数理物理の可積分系, 完全WKB解析 等

位相幾何学

代数トポロジー, 量子トポロジー 等

複素幾何学

多変数関数論, 原始形式, ホッジ加群 等

微分幾何学

G-構造の同値問題, ゲージ理論, シンプレクティック構造 等

表現論

Helgason予想の解決, 幾何学的表現論と数理物理学 等

作用素環論

代数的場の量子論, 幾何学的群論と作用素環 等

確率論

確率解析, 統計力学, フラクタル上の拡散過程 等

流体力学

安定性理論, 乱流, 数理流体力学 等

離散最適化

劣モジュラー最適化, 離散凸解析, 列挙アルゴリズム 等

計算機科学

プログラミング言語の理論, システム開発, 理論計算機科学 等

2018年度京都賞

基礎科学部門
「現代数学諸分野への多大な貢献」



数理解析研究所
柏原正樹特任 教授

2018年度チャーン(Chern) 賞

「50年にわたる代数解析学と表現論への
基礎的かつ傑出した貢献」



※国際数学者会議において、フィールズ賞、ガウス賞、チャーン賞などが授与される。

数学分野で4年に一度開催される国際数学者会議において
生涯にわたって群を抜く業績を挙げた数学者1人に授与
(日本人初の受賞)
一傑出した業績を挙げた数学者であることの国際的評価一

2022年度ブレイクスルー賞

調和束およびツイスターD加群に関する
代数幾何学と微分幾何学の両分野を横
断する研究を行い、ホロノミックD加群
の研究に大きな進展をもたらしたこと
が評価された。(日本人初の受賞)



数理解析研究所
望月 拓郎 教授

2020年度朝日賞

微分幾何と代数幾何の融合的对象である調和束
の特異性について研究し、大域解析学の手法も
取り入れることで、微分幾何と代数解析学の融
合的对象であるツイスターD加群の理論の確立
と発展に貢献したことが評価された。

7 July 2023

研究プレゼンテーション 「生き物の動き・形・流れの数理」

石本 健太

京都大学数理解析研究所・准教授

自己紹介と研究概要

生き物の動き・形・流れの数理

石本 健太 1987年 奈良県生まれ (35歳)

略歴 2006-2010 京都大学理学部 (学部)
2010-2015 京都大学理学研究科 (数理解析研究所) (修士・博士)



2015-2018 京都大学白眉センター／数理解析研究所 特任助教
2018-2019 東京大学数理科学研究科 特任助教／文部科学省卓越研究員
2019-現在 京都大学数理解析研究所 准教授

2012 英オックスフォード大学数学研究所 Visiting Scholar
(研究指導委託, 文部科学省GCOEプログラム)

2017-2019 英オックスフォード大学数学研究所 JSPS海外特別研究員
2019-2023 JSTさきがけ研究員 (数理構造活用領域)
2023-現在 JST創発研究者 (川村パネル)

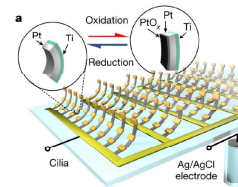
専門：応用数学／流体力学／数理生物学
(生物流体力学)

微生物流体力学：
生き物の動き・形・流れを探る
サイエンス社(2022)

学部高学年～大学院生以上向け教科書



人工繊毛
Wang et al. (2022)



微小生物の遊泳

- **鞭毛・繊毛**：水中を泳ぐ細胞の遊泳器官
- 体内の流体輸送を担う (気管・卵管・脳内)
- 細胞の情報処理／環境応答能力 (原生知能)

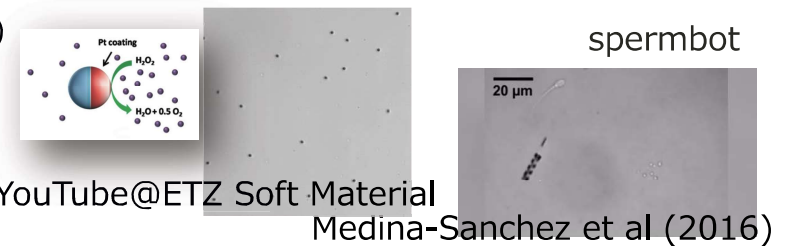
さまざまなマイクロロボット

- 電場・磁場による外部操作
- 化学反応を利用した自発的な遊泳体



繊毛虫 (ゾウリムシ)
人工自己駆動粒子

繊毛虫ソライロラッパムシ
(YouTube@kentaishimoto)



YouTube@ETZ Soft Material

Medina-Sanchez et al (2016)

ミクロの遊泳は「ハチミツの中を泳ぐ」

- 流体方程式と変形・移動する境界
- 流れと形の情報は相補的

$$\nabla^2 \mathbf{u} = \nabla p \quad \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (\text{ストークス方程式})$$



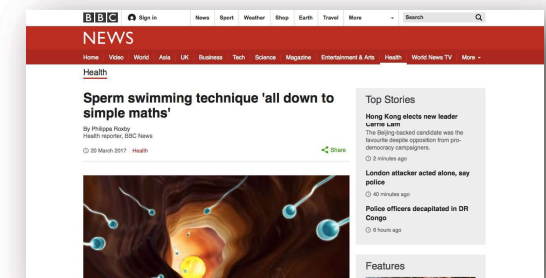
G. I. Taylor Lecture on Low Reynolds Number Flow
National Committee for Fluid Mechanics

- 帆立貝定理「微生物は往復運動では泳げない」
- 流体方程式の対称性が生き物の動き方を力学的に制限する
- 細胞運動やマイクロロボットの基本原理

概念の提唱：Purcell (1977)

厳密な証明：Ishimoto & Yamada, SIAM J Appl Math (2012)

- 日本流体力学会学会賞(2014)
- 京都大学総長賞(2014)
- 日本物理学会若手奨励賞(2016)
- 井上研究奨励賞(2017)



BBC News (2017年 3月20日)

国際共同／分野横断研究の一例 [Ishimoto et al. Phys. Rev. Lett. (2017)]

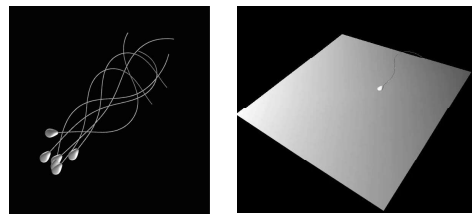
実験

ヒト精子のハイスピード顕微鏡映像



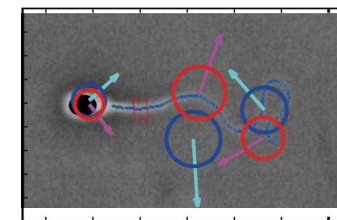
数値計算

実験データを境界条件として流体方程式を解く



データ解析

流体方程式に基づいた新しいデータ解析法
自動的に「精子運動の式」を求める

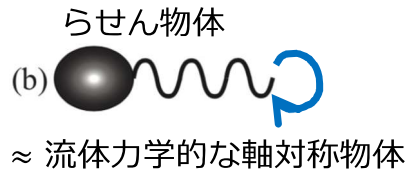
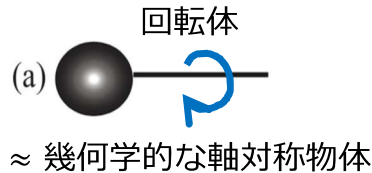


企業・医療機関
との連携研究へ

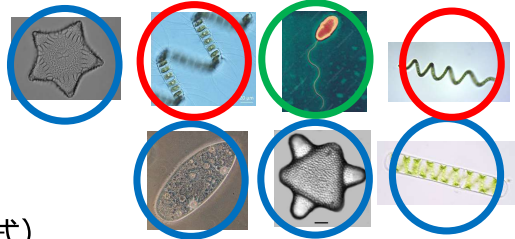
最近の研究から

生き物の動き・形・流れの数理

目で見える物体の形 $\stackrel{?}{=}$ 流体を通して見る物体の「形」



トポロジー (連続変形に関する不変性) 流体力学的な「かたち」 (座標変換に対する流体方程式の不変性)



らせんJeffery方程式
(流れの中の物体の運動を表す式)

[Jeffery, 1922; Bretherton, 1962; Ishimoto, J Fluid Mech (2020)]

$$\dot{\mathbf{d}} = \boldsymbol{\Omega}^\infty \times \mathbf{d} + \mathbf{B} (\mathbf{I} - \mathbf{d}\mathbf{d}) \cdot \mathbf{E}^\infty \cdot \mathbf{d} + \mathbf{C} [(\mathbf{I} - \mathbf{d}\mathbf{d}) \cdot \mathbf{E}^\infty \cdot \mathbf{d}] \times \mathbf{d}$$

日本数学会応用数学研究奨励賞(2021)
文部科学省若手科学者表彰 (2021)

現象数理三村賞奨励賞(2021)
藤原洋数理科学賞奨励賞(2022)

遊泳 = 流体 + 弾性 + 内部駆動力

アクティブな物質の統一的記述

Living Matterの力学

ニュートンの第3法則 (作用反作用の法則) が破れる

➤ 奇弾性: エネルギー保存則を満たさない物体であれば存在

$$f_\alpha = K_{\alpha\beta} x_\beta \quad \alpha, \beta = 1, 2, \dots, N$$

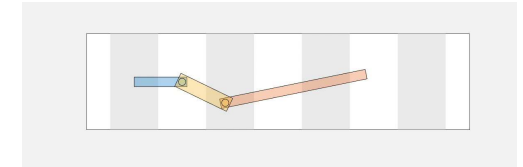
$$K_{\alpha\beta} = K_{\beta\alpha} \quad \rightarrow \quad K_{\alpha\beta} \neq K_{\beta\alpha}$$

自律的な奇弾性ロボット
(プログラムドメタマテリアル)



Credit: Corentin Coulais

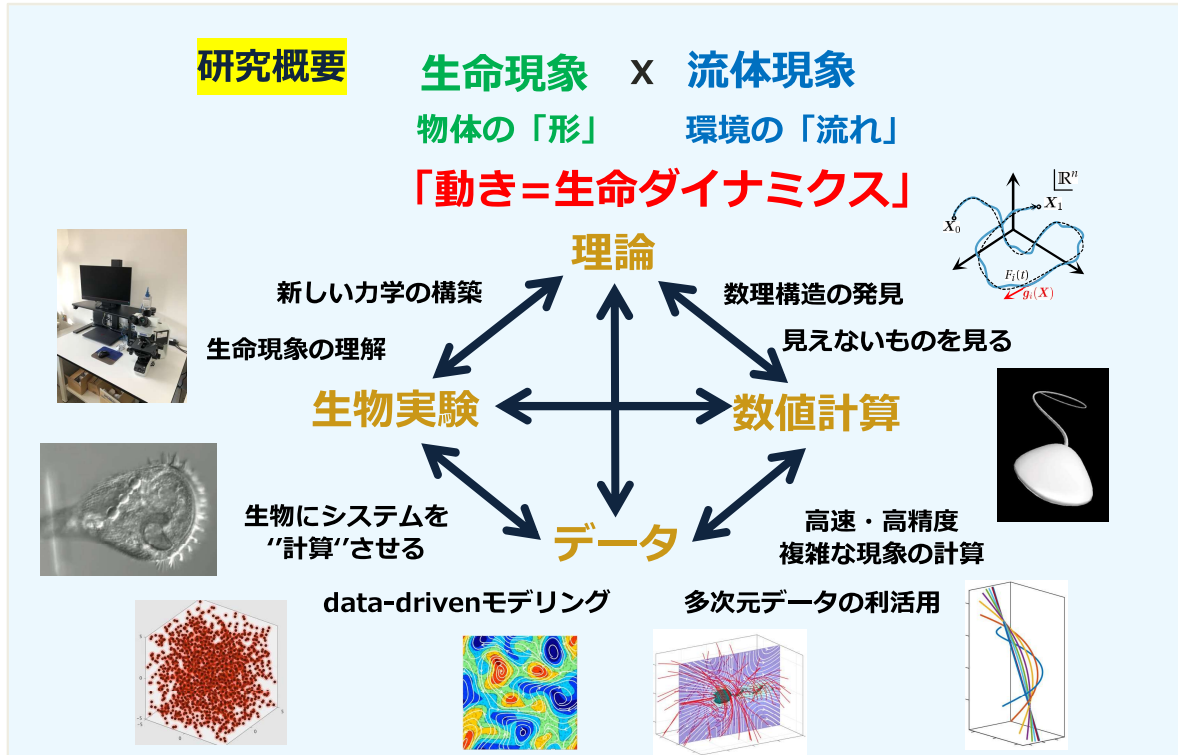
奇弾性遊泳体
(奇弾性 ⇔ 帆立貝定理の破れ)



Ishimoto et al, Phys Rev E (2022)

日本流体力学会「注目研究」(2022)
Altmetric Top 5%論文

おわりに



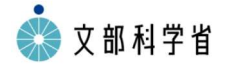
Mechanics is the paradise of mathematical sciences

because by means of it one comes to the fruits of mathematics

- Leonardo da Vinci

謝辞

文部科学省卓越研究員
2018.4-2019.7



JSTさきがけ「数理活用」
2019.10-2023.3



科研費・学術変革A
「ジオラマ行動力学」
2021.10-2026.3



JST創発 (2期生)
2023.4~2030.3



RIMS訪問滞在型プロジェクト
「Mathematical Biofluid Mechanics」

- 2021.6-2021.8
- 6つの国際研究集会 (すべてオンライン)
- のべ18日間・講演者96名・参加者650+名



遠アーベル幾何学

星 裕一郎

京都大学 数理解析研究所

2023 年 7 月 7 日

氏名：星 裕一郎

専門分野：数論幾何学，特に，双曲的代数曲線に関連する数論幾何学

平成 16 年 3 月 東京工業大学 理学部 数学科 卒業

平成 18 年 3 月 京都大学大学院 理学研究科 修士課程 数学・数理解析専攻 修了

平成 21 年 7 月 京都大学 数理解析研究所 博士学位取得

平成 19 年 4 月 京都大学 数理解析研究所 基礎数理研究部門 助教

平成 23 年 12 月 京都大学 数理解析研究所 無限解析研究部門 講師

平成 29 年 12 月 京都大学 数理解析研究所 無限解析研究部門 准教授

星のホームページの「論文」より

分野名 (論文数)

数論幾何学一般 (14)

遠アーベル幾何学関連 (一般) (22)

遠アーベル幾何学関連 (数体や混標数局所体) (8)

組み合わせ論的遠アーベル幾何学関連 (8)

通常曲線の理論や p 進タイヒミュラー理論関連 (5)

正標数双曲的代数曲線の幾何学関連 (5)

双曲的代数曲線の等分点関連 (4)

概説 (5)

↪ 星の研究の中心的分野：遠アーベル幾何学

遠アーベル幾何学とは？

簡単に言えば、数学的対象の「復元」の研究.

数学的対象 \Rightarrow それに付随する数学的対象

復元問題：

逆に、「付随する数学的対象」のみから元々の「数学的対象」を識別できるか？

数学的対象 $\stackrel{?}{\Leftarrow}$ それに付随する数学的対象

リンゴ $\xrightarrow{\text{最初の文字}}$ リ リンゴ $\xrightarrow{\text{文字数}}$ 3

キウイ $\xrightarrow{\text{最初の文字}}$ キ キウイ $\xrightarrow{\text{文字数}}$ 3

モモ $\xrightarrow{\text{最初の文字}}$ モ モモ $\xrightarrow{\text{文字数}}$ 2

「最初の文字」という付随情報のみから、リンゴ、キウイ、モモは識別可能.

「文字数」という付随情報のみからでは、リンゴ、キウイは識別不可能.

遠アーベル幾何学とは？ 簡単に言えば、数学的対象の「復元」の研究.

数学的対象 \Rightarrow それに付随する数学的対象

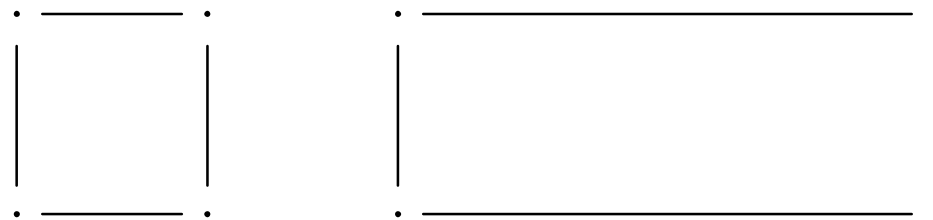
復元：数学的対象 $\stackrel{?}{\Leftarrow}$ それに付随する数学的対象

もう少し具体的には、遠アーベル幾何学では、

数学的対象 \Rightarrow その数学的対象から生じる対称性

に関する復元を研究する.

対称性の例（図形の対称性—小学校）：



左の正方形は、（重心を中心とする） 90° 回転や 180° 回転に関して対称的.

右の長方形は、 180° 回転に関して対称的、しかし 90° 回転に関して非対称的.

遠アーベル幾何学とは？ 簡単に言えば、数学的対象の「復元」の研究.

遠アーベル幾何学：数学的対象 $\stackrel{?}{\leftarrow}$ その数学的対象から生じる対称性

対称性の例（方程式の根の対称性—中学校）：

方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) の根は、 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ で与えられる.

$$\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \begin{array}{c} \text{何らかの対称性} \\ \longleftrightarrow \end{array} \quad \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

方程式自体に着目するのではなく、その根全体の対称性に注目 \rightsquigarrow ガロア理論

F : 適当な「数」の集まり

$\Rightarrow F$ の絶対ガロア群 $\text{Gal}(F)$:

F に属する「数」を係数とする方程式たちの根たちの対称性全体

ノイキルヒ・内田の定理（一つの遠アーベル幾何学的な復元定理）

適当な F に対して、「 $F \Rightarrow \text{Gal}(F)$ 」に対する復元が可能.

F : 適当な「数」の集まり

$\Rightarrow \text{Gal}(F)$: F に属する「数」を係数とする方程式たちの根たちの対称性全体
ノイキルヒ・内田の定理 (一つの遠アーベル幾何学的な復元定理)

適当な F に対して, 「 $F \Rightarrow \text{Gal}(F)$ 」に対する復元が可能.

X : 代数多様体 (つまり, 何らかの「空間」, 「図形」)

$\Rightarrow X$ の代数的基本群 $\pi_1(X)$:

X のすべての有限次エタール被覆たちの対称性全体

- 上の「 $F \Rightarrow \text{Gal}(F)$ 」は, 「 $X \Rightarrow \pi_1(X)$ 」の特別な場合と見做せる.
- $\pi_1(X)$ は「図形の対称性」と「方程式の根の対称性」を併せたような対象.

遠アーベル幾何学

適当な X に対して, 「 $X \Rightarrow \pi_1(X)$ 」に対する復元が可能であるかを研究する分野.

星は、これまで、

- 上のノイキルヒ・内田の定理の「精密化」の研究を行ったり、その他に、例えば、 X が
- 有理数体の有限生成拡大体上の次元 4 以下の双曲的多重曲線、
- 有理数体の有限生成拡大体上の付加構造付き楕円曲線のモジュライ空間、
- 有理数体の有限生成拡大体上の狭義単調減少型双曲的多重曲線、
- 有理数体上代数的でヒルベルト的な一般化劣 p 進体上の準三点基、
- ある p 進局所体を含む劣 p 進体上の準三点基

などといった場合に、

「 $X \Rightarrow \pi_1(X)$ 」に対する復元が可能であることを証明してきた。